

# 颗粒摩擦对散粒堆积体拱效应的影响\*

戴北冰<sup>1,2</sup>, 邓林杰<sup>1</sup>, 陈智刚<sup>3</sup>

1. 中山大学土木工程学院, 广东 珠海 519082
2. 南方海洋科学与工程广东省实验室(珠海), 广东 珠海 519082
3. 重庆建工第一市政工程有限责任公司, 重庆 400020

**摘要:** 通过开展三维离散元数值模拟, 研究了颗粒摩擦系数对散粒堆积体自然休止角、堆积体底部应力分布、堆积体内部接触力投影分布、强弱力链数量等宏观特征的影响规律。研究表明: 随颗粒摩擦系数的增大, 自然休止角增大并逐步趋于一个饱和值, 堆积体底部应力峰值位置则从堆积体底部中心逐渐往外迁移, 堆积体底部中心接触力相对于底部峰值的减小程度逐步增加, 应力凹陷现象与拱效应越明显; 随着颗粒间摩擦系数增大, 颗粒间接触力沿锥面方向投影的最大值方位(锥)角逐渐增大并趋于稳定, 堆积体内部拱效应的优势发挥方位出现在偏离竖直轴 $15^{\circ}\sim 25^{\circ}$ 的方位。

**关键词:** 颗粒堆积体; 离散单元法; 摩擦系数; 休止角; 拱效应

**中图分类号:** TU43 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2023)06-0089-09

## The influence of inter-particle friction on the arching effect in granular heaps

DAI Beibing<sup>1,2</sup>, DENG Linjie<sup>1</sup>, CHEN Zhigang<sup>3</sup>

1. School of Civil Engineering, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China
2. Southern Marine Science and Engineering Guangdong Laboratory(Zhuhai), Zhuhai 519082, China
3. Chongqing Construction Engineering First Municipal Engineering Company Limited, Chongqing 400020, China

**Abstract:** In this study, 3D DEM simulations have been conducted to investigate the effect of inter-particle friction on the macro and micro properties of granular heaps such as the angle of repose, stress distribution at the bottom, distribution of projected contact force, and number of strong and weak force chains, etc. The results indicate that increasing the inter-particle friction coefficient leads to an increase in the angle of repose, which eventually reaches a stable value. Additionally, the peak stress at the bottom migrates from the center outward, and the degree of reduction in contact force at the bottom center relative to the peak value increases. This results in a more pronounced stress dip and arching effect. The orientation angle of the conical surface, along which the maximum projection of contact forces occurs, increases with the increasing inter-particle friction coefficient and eventually stabilizes. The preferential direction for the mobilization of arching effect is oriented at  $15^{\circ}\sim 25^{\circ}$  relative to the vertical direction.

**Key words:** granular heaps; discrete element method; friction coefficient; angle of repose; arching effect

散粒材料在自然界和人类生产生活中普遍存在( Terzaghi, 1936; Karl, 1943)。散体颗粒在重力或其他外力因素作用下形成的堆状颗粒集合体称为散粒堆积体(Nedderman, 1992; 贾海莉等, 2003)。

\* 收稿日期: 2023-03-15 录用日期: 2023-04-30 网络首发日期: 2023-07-03  
基金项目: 国家自然科学基金(52078507); 广州市科技计划(202002030195)  
作者简介: 戴北冰(1981年生), 男; 研究方向: 岩土力学与工程; E-mail: daibb@mail.sysu.edu.cn

散粒堆积体的自然休止角以及内部的拱效应是其重要的物理力学特征,在农业、工业、制药等领域有着十分重要的应用背景和研究价值(Dai et al., 2017; Dai, 2018)。

散粒堆积体内应力的分布一直是学者们感兴趣的研究对象(戴北冰等, 2022; Dai et al., 2022)。学者们在沙堆中观察到了一种有趣且违反直觉的现象,即沙堆锥顶正下方的底部垂直应力会出现局部最小值,即堆积体底部形成“M”形应力分布(Wittmer et al., 1996; Watson, 1996; Cates et al., 1999),这种现象称作应力凹陷现象。应力凹陷与拱效应紧密相关,堆积体内部的应力拱使应力传递产生了屏蔽效应,导致应力分布局部化和不均匀化,从而引起沙堆顶部正下方底部应力的局部下降(Fang et al., 2022)。因此,研究应力凹陷现象对理解沙堆中的拱效应至关重要。众多学者已围绕颗粒形状(Zuriguél et al., 2007; Zuriguél et al., 2008; Zhao et al., 2019)、颗粒摩擦(Geng et al., 2001; Silbert et al., 2002; Goldenberg et al., 2005; Horabik et al., 2017)等影响因素,对应力凹陷现象开展了较为深入的研究,发现:随着颗粒摩擦的增大,沙堆底部压力局部下降越明显,应力凹陷现象增强。Fang et al. (2022)发现,不同颗粒粒径形成的沙堆内摩擦角不一致,内摩擦角大的沙堆底部应力凹陷越明显,这也间接佐证了颗粒粒径会影响沙堆的应力凹陷。Goldenberg et al. (2005)和 Zhou et al. (2009)通过数值模拟发现:颗粒圆度越低,沙堆底部压力局部下降越明显。因此,颗粒基本性质对散粒堆积体底部的应力凹陷现象起着举足轻重的作用。

底部应力凹陷和拱效应的产生本质上是由力链的发展和传递实现的(Meng et al., 2018; Zaidi, 2020),而颗粒摩擦是其重要的影响因素之一。许多学者研究了颗粒摩擦对力链传递的影响规律,发现散粒堆积体内强弱力链的相对位置和数量会随着颗粒摩擦的改变而改变(孙其诚等, 2008; 张炜等, 2022),堆积体内强力链传递了大部分荷载(Ma et al., 2016; 戴北冰等, 2019)。张炜等(2022)在研究铁粉末压制过程中力链演化规律时,发现随着颗粒间摩擦系数增大,整体力链数目变少,力链方向系数变大。Zhu et al. (2013)发现,对于较大的颗粒摩擦,强力链倾向于在更陡的方位上分布,形成更稳定的拱形以承担更多的沙堆重

量。Bouchaud et al. (2002)通过光弹实验分析了颗粒集合体在外力作用下的排列和相互作用,以及力链的传递路径。Majmudar et al. (2005)测量了光弹颗粒集合在纯剪切和各向同性压缩作用下法向力和切向力的传递路径。由此可见,颗粒摩擦对散粒体堆积体中的力链传递以及拱效应的发挥机制有着显著影响。

目前,学者们虽然在关于颗粒摩擦对土拱效应影响方面做了许多工作,但尚未深刻阐明颗粒摩擦对散粒堆积体内部细观力学响应的影响规律以及不同颗粒摩擦影响下拱效应产生的细观力学机制。本研究旨在利用DEM模拟,研究颗粒摩擦对散粒堆积体宏观细观力学行为的影响,通过将堆积体内部大于平均接触力的接触力沿锥角方向进行投影、统计颗粒接触方位的概率密度分布来分析散粒堆积体内部拱效应的优势发挥方位,基于统计分析研究堆积体内部强弱力链占比,对不同颗粒摩擦下散粒堆积体内力链网络进行可视化分析,建立宏观力学特征与细观力学指标的联系,以揭示散粒堆积体内拱效应形成的细观力学机制。

## 1 颗粒设计以及堆积体建模

本文使用DEM程序PFC3D来模拟沙堆的形成,数值模拟所用的材料是一种理想的弹性颗粒材料,如图1所示。颗粒形状系数 $R_g$ (即子颗粒的直径与颗粒的长度之比)为0.6,颗粒粒径(与该颗粒体积相等的球体直径)在0.01~0.015 m之间分布,相关模型参数如表1所示(戴北冰等, 2019)。数值模拟采用了8种不同的颗粒摩擦系数( $\mu = 0.01, 0.05, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 1.00, 2.00$ ),以研究颗粒摩擦对散粒堆积体拱效应的影响。所有模拟中,重力加速度均采用 $10 \text{ m/s}^2$ ,底部墙体的摩擦系数为0.50。数值模拟中颗粒粒径保持一致,不会影响所发现的颗粒摩擦影响规律。

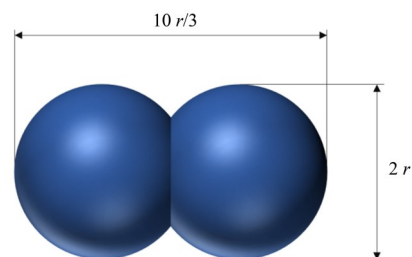


图1 颗粒形状

Fig. 1 Particle shape

表1 离散元数值模拟参数

Table 1 Discrete element numerical simulation parameters

颗粒密度/(g·cm <sup>-3</sup> )	形状系数 $R_n$	法向刚度 $k_n$ /(N·cm <sup>-1</sup> )	切向刚度 $k_s$ /(N·cm <sup>-1</sup> )	墙体刚度 $k_w$ /(N·cm <sup>-1</sup> )	阻尼比
2.65	0.6	$5 \times 10^5$	$5 \times 10^5$	$10^6$	0.7

本数值模拟通过点源释放法来形成散粒堆积体, 颗粒释放工具如图2所示。释放器上方豁口是边长为0.25 m的正方形, 释放器下方豁口是边长为0.075 m的正方形, 释放器高度为2.5 m, 组成释放器的所有墙体的摩擦系数均为0。在本数值模拟中, 散粒堆积体内一共有约 $2 \times 10^4$ 个颗粒, 由释放器分10次下落形成, 每次下落都保证释放器底部离堆积体最高处(第一次为水平面)为一固定高度0.5 m。

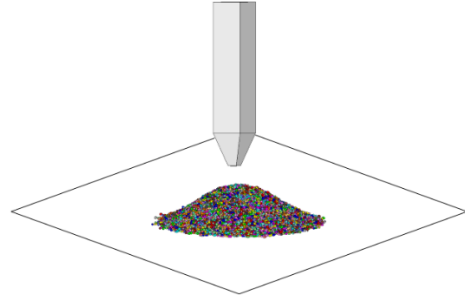


图2 漏斗型释放器

Fig. 2 Funnel type releaser

## 2 分析与讨论

### 2.1 堆积体休止角计算及分析

图3给出了不同颗粒摩擦条件下所形成的堆积体数值模型。可以看出,  $\mu$ 为0.01和0.05时, 难以形成具有明显坡角的堆积体;  $\mu$ 为0.10~0.50时, 可以观察到形成的堆积体有明显的坡角, 且坡角随

着 $\mu$ 的增大而增大;  $\mu$ 超过0.50后, 坡角基本不变。图4给出了自然休止角 $\alpha$ 与颗粒摩擦系数 $\mu$ 的关系。从图3和图4可以发现, 在颗粒间摩擦系数 $\mu$ 小于0.50时, 自然休止角 $\alpha$ 随着颗粒摩擦系数的增加而增加, 在颗粒间摩擦系数 $\mu > 0.50$ 后, 自然休止角 $\alpha$ 趋于一个稳定值。

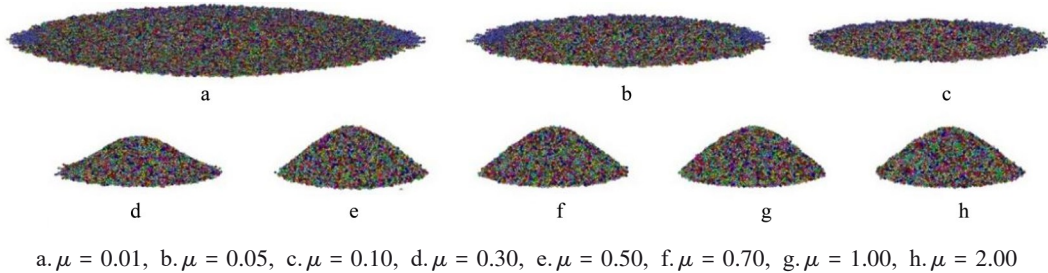


图3 不同摩擦系数形成的散粒堆积体

Fig. 3 Granular heaps on different inter-particle friction

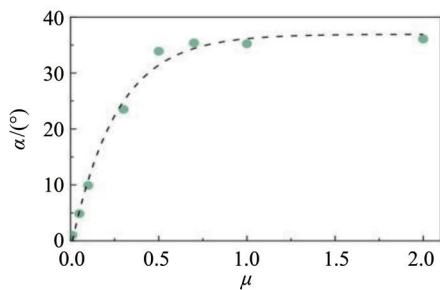


图4 不同颗粒摩擦系数下堆积体的自然休止角

Fig. 4  $\alpha$  of granular heaps with different inter-particle friction

### 2.2 颗粒堆积体底部接触力分析

图5给出了不同摩擦条件下堆积体底部接触力的云图, X、Y坐标的单位为m, 色卡的数值单位为N。可以发现,  $\mu$ 为0.01时, 堆积体底部接触力的

峰值出现在中心位置;  $\mu$ 为0.05~2.00时, 堆积体底部接触力的峰值不在中心位置, 而是出现在偏离中心的位置。进一步观察可以发现, 随着颗粒摩擦系数增大, 堆积体底部中心区域的颜色由红色( $\mu = 0.01$ )变为黄色( $\mu = 0.05$ ), 然后是绿色( $\mu \geq 0.10$ ), 最后是蓝色( $\mu \geq 0.70$ )。红色代表应力水平相对较高, 而蓝色代表应力水平相对较低。因此, 从中心区域颜色的变化趋势可以判断中心区域应力水平相比较于整个底部区域应力峰值水平的差距。随着摩擦系数的增大差距增大, 并在 $\mu > 0.5$ 后, 这种差距几乎趋于稳定, 意即底部应力凹陷现象随着摩擦系数增加而变得显著, 并逐步趋于稳定。

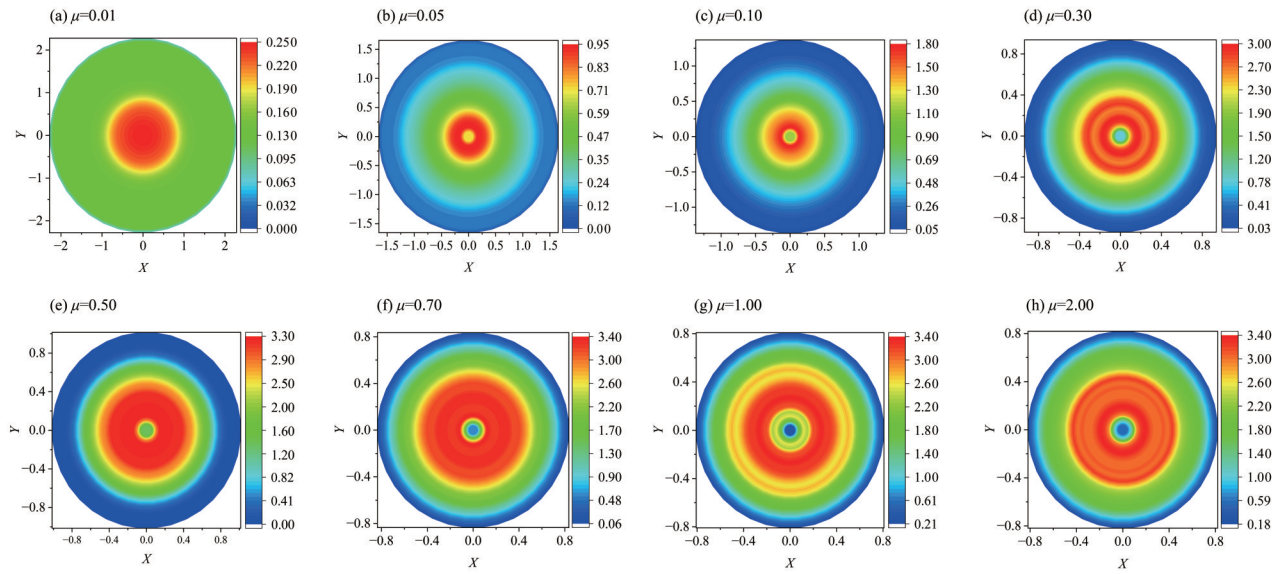


图5 堆积体底部接触力云图

Fig. 5 Cloud chart of contact force at the bottom of granular heaps

图6为堆积体底部法向接触力和切向接触力沿半径方向的分布,  $x/R$ 是参考位置到圆心距离与堆积体底部圆半径的比值。可以发现, 颗粒摩擦系数 $\mu = 0.01$ 时, 底部法向和切向接触力分布均未出现应力凹陷现象。当 $\mu = 0.05$ 时, 底部法向和切向接触力分布则出现了微弱的应力凹陷现象。随着 $\mu$ 继续增大, 堆积体底部法向和切向接触力的峰值明显地增大, 并在 $\mu > 0.50$ 后变化不大, 而堆积体底部中心处法向和切向接触力的峰值则表现出先增大( $\mu < 0.5$ )后减小( $\mu > 0.5$ )的趋势。

图7-8给出了堆积体底部峰值接触力、中心接触力以及中心接触力相对于峰值的减少程度随颗粒摩擦系数的变化。从图7可以发现, 随着颗粒摩擦系数的增大, 堆积体底部接触力峰值先增大, 后逐渐趋于一个稳定值; 堆积体底部中心处的接触力则先增大后减小。图8显示中心接触力的减小程度随着摩擦系数的增大而增大, 亦有逐步趋于稳定的趋势, 这进一步佐证了底部接触力云图的观察发现, 即底部应力凹陷现象随着颗粒摩擦系数的增大而增强, 并在颗粒摩擦较大的情况下趋于稳定。

图9给出了底部接触力峰值位置 $x_p/R$ 与 $\mu$ 的关系。可以发现, 随着 $\mu$ 增大, 峰值位置从底部中心逐渐往外迁移, 并在 $\mu > 0.50$ 后, 峰值位置维持在 $x_p/R = 0.21$ 左右。

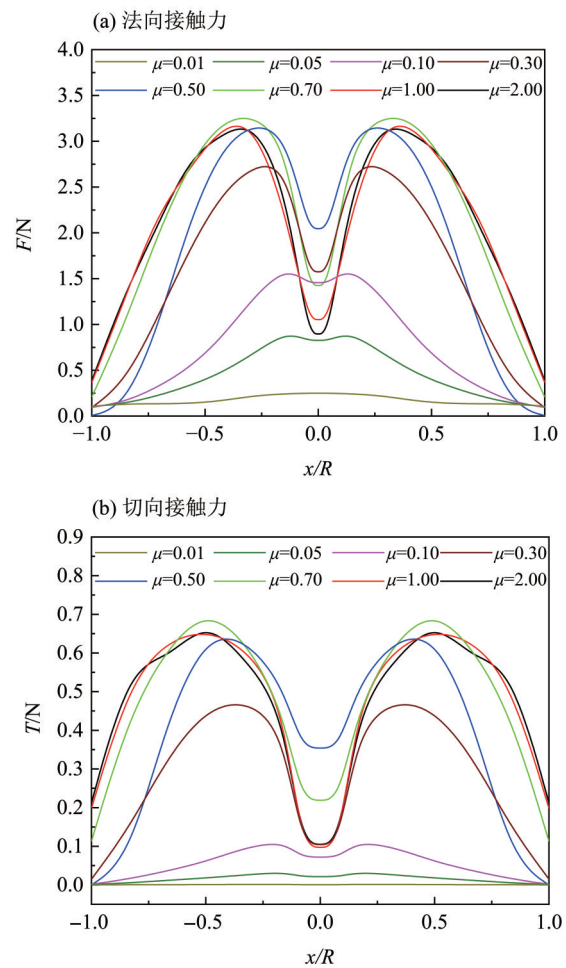


图6 底部法向和切向接触力沿半径方向的分布

Fig. 6 Distribution of normal contact force and tangential contact force at the bottom along the radius

### 2.3 颗粒间接触力投影

散粒堆积体的形成与稳定取决于其内部颗粒

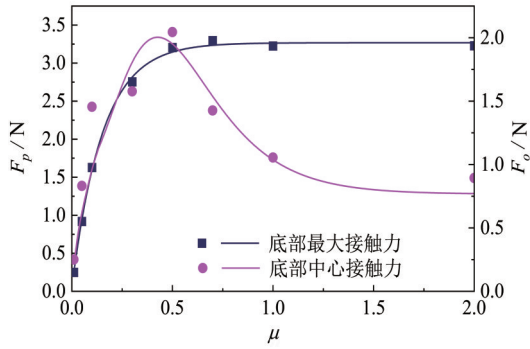


图 7 峰值接触力与中心接触力随颗粒摩擦系数的变化  
 Fig. 7 The change of the peak contact force  $F_p$  and the center contact force  $F_o$  with inter-particle friction

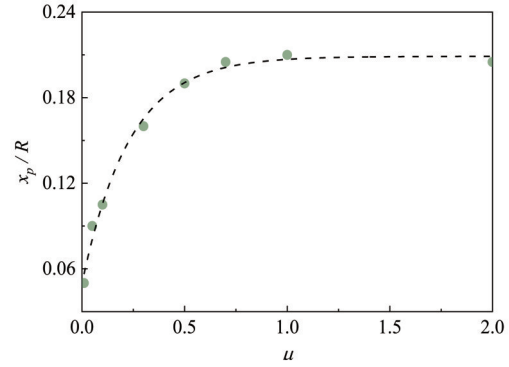


图 9 底部接触力峰值位置与颗粒摩擦系数的关系  
 Fig. 9 The relationship between the position of the peak contact force at the bottom and the inter-particle friction coefficient

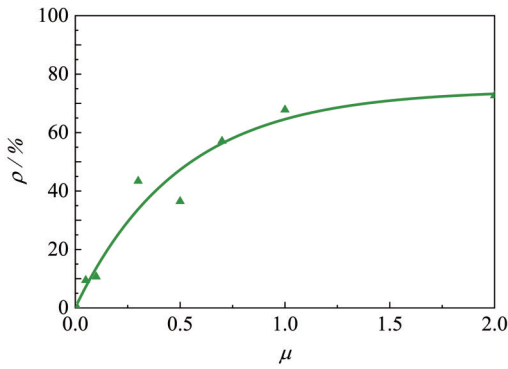


图 8 中心接触力相对于峰值的减少程度  
 Fig. 8 The decreasing degree of the center contact force relative to the peak value

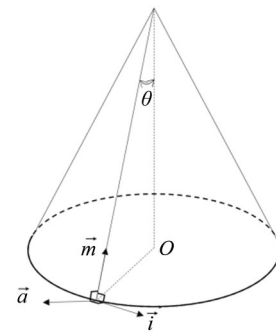


图 10 投影方式示意图  
 Fig. 10 Schematic diagram of projection mode

间的相互作用, 力链的传递对拱效应的形成起着关键作用。为进一步分析颗粒间接触力的传递对拱效应形成的影响以及拱效应的优势发挥方位, 将堆积体内部大于平均接触力的接触力在如图 10 所示的  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$  (其中  $\vec{m}$  为沿锥角方向,  $\vec{i}$  为与  $\vec{m}$  垂

直的环向方向,  $\vec{a}$  为与  $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$  垂直的方向) 三个方向进行投影。

图 11-13 为法向接触力、切向接触力、总接触力沿  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$  三个方向的投影值, 纵坐标  $F$  为接触力的投影值大小, 横坐标为投影角度  $\theta$ 。

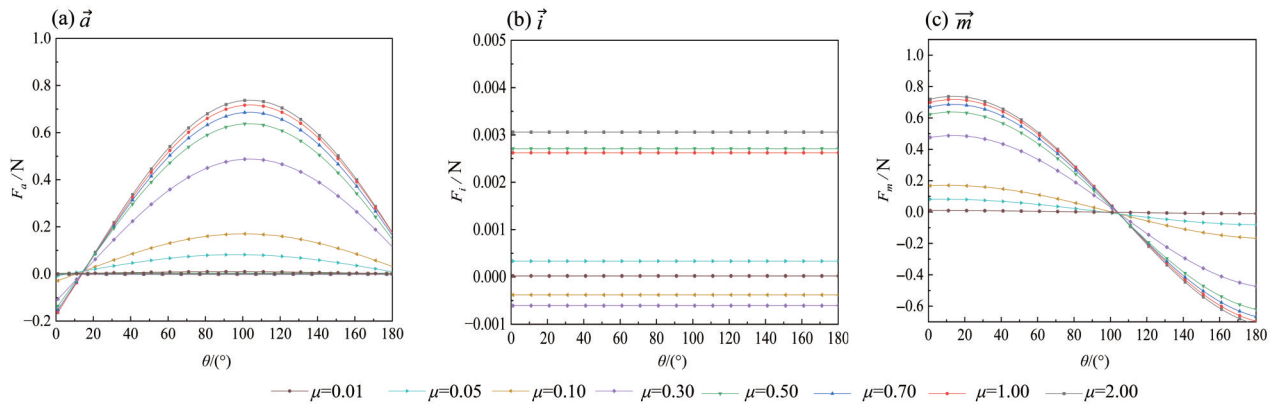


图 11 法向接触力沿  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$  三个方向的投影值  
 Fig. 11 Projection value of normal contact force along  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$

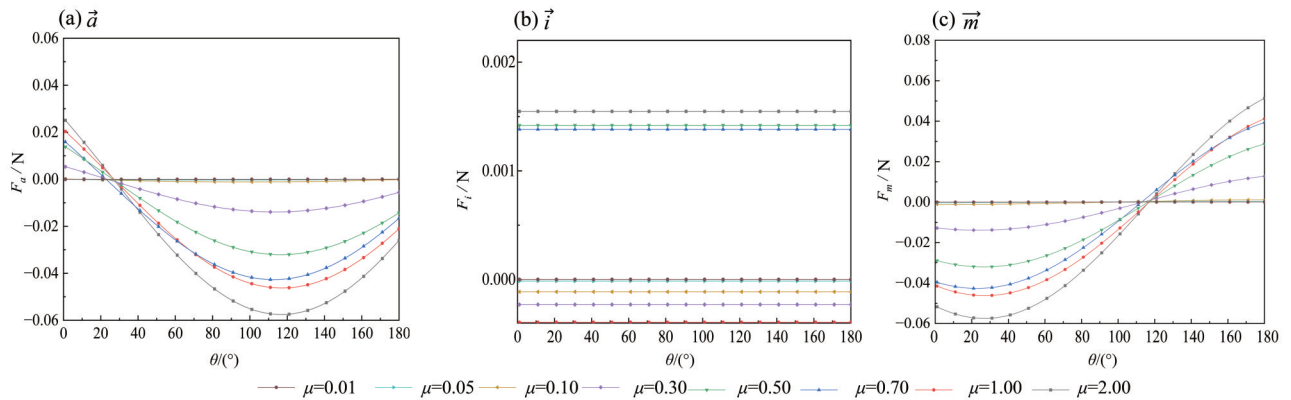


图 12 切向接触力沿  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$  三个方向的投影值

Fig. 12 Projection value of tangential contact force along  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$

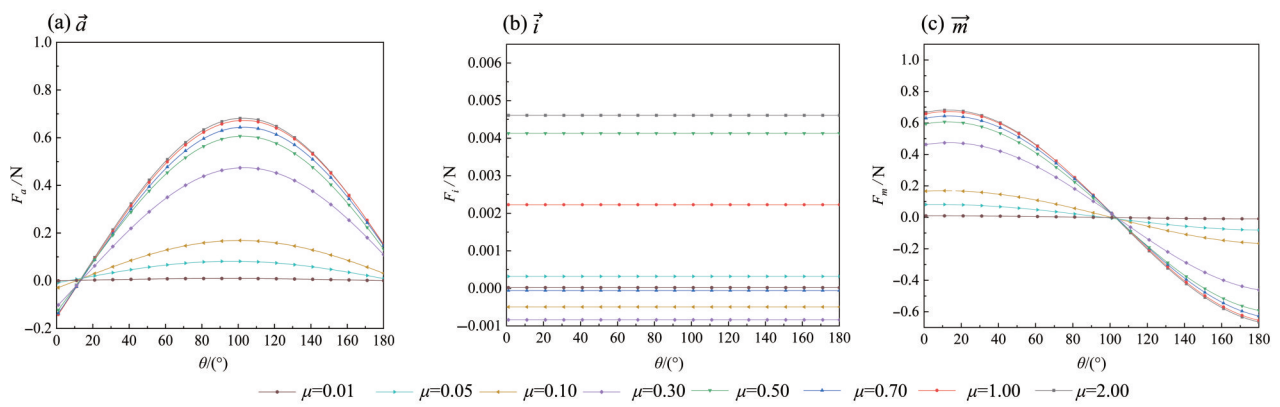


图 13 总接触力沿  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$  三个方向的投影值

Fig. 13 Projection value of total contact force along  $\vec{a}$ 、 $\vec{i}$ 、 $\vec{m}$

从图 11-13 可以发现，沙堆内部颗粒法向接触力和切向接触力在各个方向上的投影值大小随着颗粒间摩擦系数的增大而增大，且在  $\vec{i}$  方向(环向)的投影几乎为零，这也间接证明了应力在环向是对称的。法向接触力在  $\vec{a}$  方向的投影值在  $\theta = 15^\circ$  左右时为 0，而在  $\theta = 105^\circ$  左右达到最大。显然，投影最大值和最小值的方位刚好差  $90^\circ$ 。由于  $\vec{m}$  与  $\vec{a}$  垂直，法向接触力在  $\vec{m}$  方向的投影规律与  $\vec{a}$  方向的相反，投影值在  $\theta = 105^\circ$  左右为零点，而在  $\theta = 15^\circ$  左右时达到最大，即沿着  $\vec{m}$  与  $\vec{a}$  投影峰值(或者零点)的方位刚好相差  $90^\circ$ 。切向接触力在  $\vec{a}$  方向的投影值在  $\theta = 25^\circ$  左右时为 0，在  $\theta = 115^\circ$  左右时达到最大，而在  $\vec{m}$  方向的投影值则在  $\theta = 115^\circ$  左右时为 0，在  $\theta = 25^\circ$  左右时达到最大。如图 13 所示，由于切向接触力较法向接触力小很多，因此总接触力的投影规律主要受法向接触力控制，与图 11 中法向接触力投影规律几乎相同。这里需注意的是，对于  $\mu = 0.01$  和  $0.05$  的情况，法向接触力和切向接触力投影值均很小，这主要是因为颗

粒在这两种摩擦状态下很难形成有效的堆积。

图 14 给出了沿  $\vec{m}$  向(即锥面方向)投影值峰值所在的方位角度  $\theta$  与摩擦系数的关系。可以看出，无论是法向接触力、切向接触力，还是总接触力，投影峰值方位角度  $\theta$  随着  $\mu$  的增大而增大，直至达到一个稳定值。如果不考虑摩擦系数较低的情况 ( $\mu \leq 0.1$ )，法向接触力和总接触力的投影峰值方位接近  $\theta = 15^\circ$ ，而切向接触力的投影峰值方位接近  $\theta = 25^\circ$ 。

### 2.4 颗粒接触方位向量

图 15 为颗粒接触方位的概率密度  $f$  分布。由于散粒堆积体基本呈锥形，可以近似认为颗粒接触方位在环向是对称分布，因此这里只考虑颗粒接触以竖直轴作为参考基准的方位分布规律。 $\gamma$  为颗粒接触方位相对于竖直轴的方位角，取值范围为  $0^\circ \sim 90^\circ$ 。从图 15 可以看出，随着  $\gamma$  的增大，颗粒接触方位的概率密度  $f$  基本呈先增加后降低的趋势，但概率密度峰值  $f_{\max}$  的方位  $\gamma$  因摩擦系数不同而不

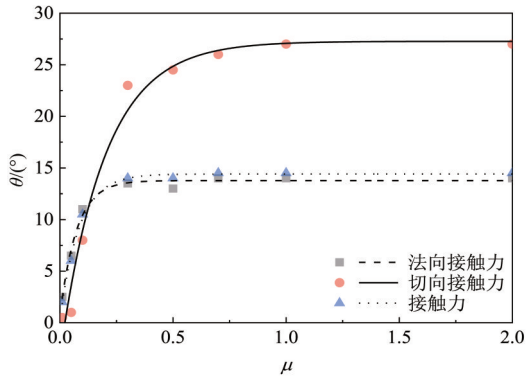


图14 法向接触力、切向接触力和总接触力沿  $\vec{m}$  向投影峰值所在的方位角

Fig. 14 The orientation angle when conical surface force, tangential contact force and total contact force reaches the peak value along  $\vec{m}$

同。 $\mu = 0.01$  时,  $f_{\max}$  出现在  $\gamma = 35\sim 40^\circ$ ;  $\mu = 0.05$  时,  $f_{\max}$  出现在  $\gamma = 30\sim 35^\circ$ ;  $\mu = 0.10$  时,  $f_{\max}$  出现在  $\gamma = 20\sim 30^\circ$ ;  $\mu = 0.30\sim 2.00$  时, 峰值出现在  $\gamma = 15\sim 25^\circ$  的时候。可以看出, 峰值方位角随着摩擦系数增大而降低, 但当  $\mu > 0.30$  时, 峰值出现的方位 ( $\gamma = 15\sim 25^\circ$ ) 不随颗粒摩擦系数的增加而显著改变, 且该方位范围与法向接触力投影峰值的方位 ( $\theta \approx 15^\circ$ ) 以及切向接触力投影峰值的方位 ( $\theta \approx 25^\circ$ ) 非常接近 (见图14)。需指出的是, 这里的  $\theta$  方位亦以竖轴为参考。这些观察充分证明了在颗粒摩擦系数较高 ( $\mu \geq 0.3$ ) 的情况下, 散粒堆积体内部拱效应的优势发挥方位出现在偏离竖轴  $15^\circ\sim 25^\circ$  的方位。

### 2.5 堆积体中力链统计

图16统计了堆积体中弱力链的出现概率。

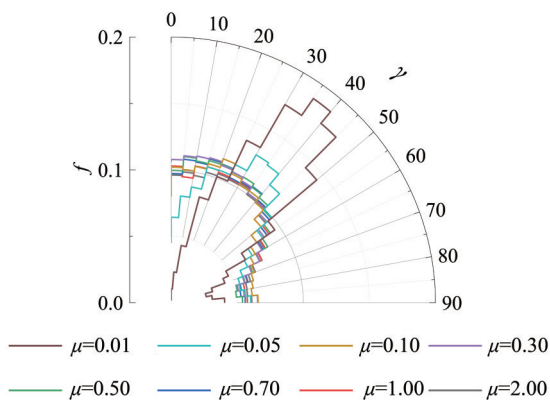


图15 颗粒接触方位概率密度分布

Fig. 15 Probability density distribution of particle contact orientation

弱力链是指接触力小于平均接触力的力链。 $P_n$  是指法向接触力弱力链的概率,  $P_t$  是指切向接触力弱力链的概率。由图16可知,  $P_n$  随着颗粒摩擦系数的增加而微弱增加, 并在  $\mu$  大于 0.10 后, 维持在 0.68 左右。 $P_t$  在摩擦系数较低时接近 1.0, 而在  $\mu$  大于 0.30 后, 随着  $\mu$  的增加而降低。可以发现, 不论是法向接触力还是切向接触力, 堆积体内弱力链的数量总是多于强力链的数量; 切向接触力中弱力链的占比要高于法向接触力中弱力链的占比; 随着摩擦系数的增大, 部分切向接触力的弱力链会逐渐转化为强力链。

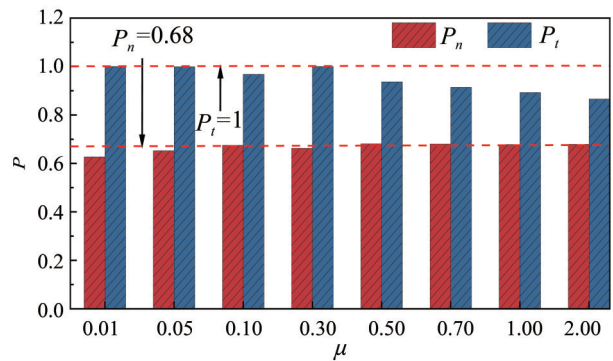


图16 弱力链统计

Fig. 16 The statistics of weak force chains

图17给出了  $\mu = 0.05, 0.10, 0.30, 0.50$  时堆积体的力链网络图。图中力链粗细 (或颜色) 表征接触力的大小。可以发现, 平均接触力随着  $\mu$  增加而增大。当  $\mu = 0.05, 0.10$  时, 散粒堆积体中的强力链数量偏少, 且呈水平摊开的分布, 难以观察到成“拱”现象。从图17中可见, 当  $\mu \geq 0.3$  时, 随颗粒摩擦系数的增大, 强力链在水平和高度方向上逐渐扩展, 强力链也逐渐与堆积体中心轴呈一定倾斜角度, 成“拱”效应也越来越显著。

## 3 结论

1) 颗粒摩擦会影响堆积体休止角; 摩擦系数越大, 休止角越大; 当颗粒摩擦系数大于 0.50 后, 堆积体的休止角趋于一个稳定值。

2) 随着颗粒摩擦系数增大, 堆积体底部中心接触力呈先增大后减小的趋势; 底部接触力峰值先增大后趋于一个稳定值, 其位置从底部中心  $x_p/R = 0$  逐渐往外迁移, 最终维持在  $x_p/R = 0.21$  左

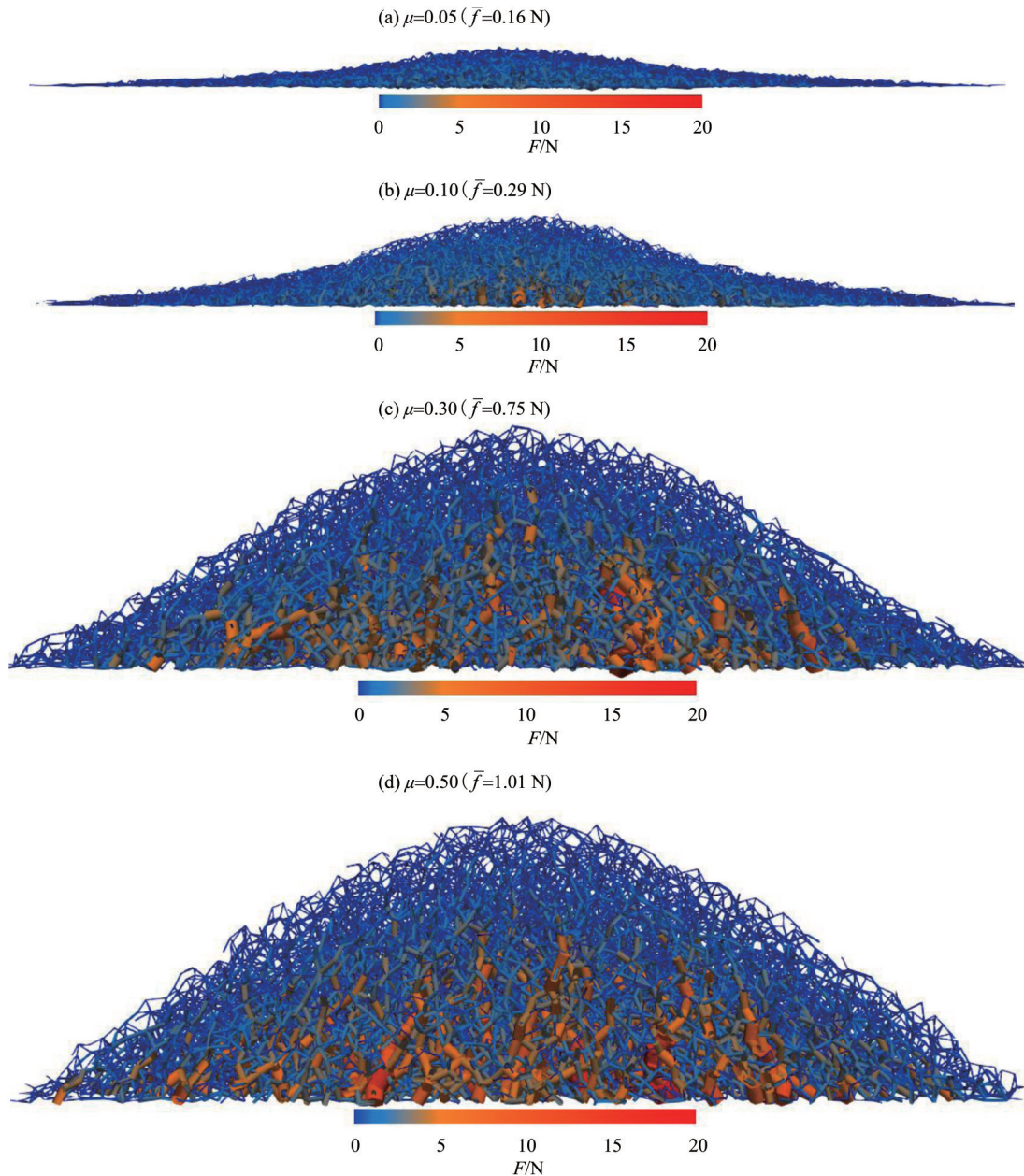


图 17 散粒堆积体力链网络图

Fig. 17 Force chains network diagram of granular heaps

右;底部中心处接触力值相对于峰值的减小程度 $\rho$ 从0%增加到72.7%,堆积体底部应力凹陷现象增强。

3)在 $\mu \geq 0.30$ 时,法向接触力和总接触力在 $\vec{m}$ 方向的投影峰值方位接近 $\theta = 15^\circ$ ,切向接触力的投影峰值方位接近 $\theta = 25^\circ$ ,且与接触方位向量的概率密度峰值方位接近,证明散粒堆积体内部拱效应的优

势发挥方位出现在偏离竖直轴 $15^\circ \sim 25^\circ$ 的方位上。

4)在摩擦系数较低时( $\mu \leq 0.10$ ),强力链的数量偏少且呈水平摊开分布,难以形成明显的拱效应;当摩擦系数较高时( $\mu \geq 0.30$ ),强力链在竖直和水平方向扩展,并形成倾斜传递,促进拱效应的产生。

#### 参考文献:

戴北冰,李天齐,杨峻,等,2022. 组构对自然休止角影响的试

验研究[J]. 岩土力学, 43(4): 957-968.

- 戴北冰,杨峻,刘锋涛,等,2019.散粒土自然堆积的宏细观特征与形成机制[J].岩土工程学报,41(S2):57-60.
- 贾海莉,王成华,李江洪,2003.关于土拱效应的几个问题[J].西南交通大学学报,38(4):398-402.
- 孙其诚,王光谦,2008.静态堆积颗粒中的力链分布[J].物理学报,57(8):4667-4674.
- 张炜,谈健君,张帅,等,2022.基于颗粒物质力学的铁粉末压制中摩擦特性对力链演化影响[J].摩擦学学报,42(2):386-395.
- BOUCHAUD J P, CLAUDIN P, CLÉMENT E, et al, 2002. The stress response function in granular materials [J]. *Comptes Rendus Physique*, 3(2): 141-151.
- CATES M E, WITTMER J P, BOUCHAUD J P, et al, 1999. Jamming and static stress transmission in granular materials [J]. *Chaos*, 9(3):511-522.
- DAI B B, YANG J, ZHOU C Y, et al, 2017. Effect of particle shape on the formation of sandpile [C]// International Conference on Discrete Element Methods. Singapore: Springer.
- DAI B B, 2018. Probing the boundary effect in granular piles [J]. *Granul Matter*, 20(1):5.
- DAI B B, LI T Q, DENG L J, et al, 2022. Fabric effect on the angle of repose in granular materials [J]. *Powder Technol*, 400:117256.
- FANG Y, LI X, GUO L, et al, 2022. The experiment and analysis of the repose angle and the stress archcaused stress dip of the sandpile [J]. *Granul Matter*, 24 (1) : 621-628.
- GENG J, LONGHI E, BEHRINGER R P, et al, 2001. Memory in 2D heap experiments [J]. *Phys Rev E*, 64(6): 060301.
- GOLDENBERG C, GOLDBIRSHCH I, 2005. Friction enhances elasticity in granular solids [J]. *Nature*, 435 (7039) : 188-191.
- HORABIK J, PARAFINIUK P, MOLENDAM M, 2017. Discrete element modelling study of force distribution in a 3D pile of spherical particles [J]. *Powder Technol*, 312: 194-203.
- KARL T, 1943. *Theoretical soil mechanics* [M]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.
- MA X J, WU Z H, 2016. Breakup process and force chain evolution of particle aggregates in flow field [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 44(6): 6.
- MAJUMDAR T S, BEHRINGER R P, 2005. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials [J]. *Nature*, 435(7045):1079-1082.
- MENG F, LIU K, QIN T, 2018. Numerical analysis of multi-scale mechanical theory of densified powder compaction [J]. *J Braz Soc Mech Sci Eng*, 40(9):430.
- NEDDERMAN R M, 1992. *Statics and kinematics of granular materials* [M]. Cambridge: Cambridge University Press.
- SILBERT L E, GREST G S, LANDRY J W, 2002. Statistics of the contact network in frictional and frictionless granular packings [J]. *Phys Rev E*, 66(6):061303.
- TERZAGHI K, 1936. Stress distribution in dry and in saturated sand above a yielding trapdoor [C]//The 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering.
- WATSON A, 1996. Searching for the sand-pile pressure dip [J]. *Science*, 273(5275):579-580.
- WITTMER J P, CLAUDIN P, CATES M E, et al, 1996. An explanation for the central stress minimum in sand piles [J]. *Nature*, 382(6589):336-338.
- ZAIDI A A, 2020. Granular drag force during immersion in dry quicksand [J]. *Powder Technol*, 364: 986-993.
- ZHAO H, AN X, DONG K, et al, 2019. Macro- and microscopic analyses of piles formed by platonic solids [J]. *Chem Eng Sci*, 205:391-400.
- ZHOU C, OOI J Y, 2009. Numerical investigation of progressive development of granular pile with spherical and non-spherical particles [J]. *Mech Mater*, 41(6):707-714.
- ZHU J, LIANG Y, ZHOU Y, 2013. The effect of the particle aspect ratio on the pressure at the bottom of sandpiles [J]. *Powder Technol*, 234:37-45.
- ZURIGUEL I, MULLIN T, ROTTER J M, 2007. Effect of particle shape on the stress dip under a sandpile [J]. *Phys Rev Lett*, 98(2):028001.
- ZURIGUEL I, MULLIN T, 2008. The role of particle shape on the stress distribution in a sandpile [J]. *Proc R Soc A*, 464(2089):99-116.